

Clasa a IV-a**BAREM****PI** 4x 5 points=20 points

1	2	3	4
C	D	D	A

II E: 10 points**M: 20 points**

Din container se umple butoiul de 130 l din care se varsa in cel de 50 l pana este plin,deci in butoiul de 130 l au ramas exact 80 l **5p**

Acesti 80 l se varsa in butoiul de 110 l si sunt gata de transportat la primul magazin **5p**

Cei 50 l din butoiul de 50 se varsa in cel de 130 care acum este gol si se completeaza din container pana este plin ,apoi butoiul plin de 130 se varsa in cel de 50 si in acest butoi mai raman 80 l gata de livrare la al doilea magazin **5p**

Butoiul cu 50 l se varsa in container unde vom avea acum 80 l si ii transportam la al treilea magazin, **5p**

III E 20 points**M 20 points** $440-2-6=432$ bile ramase **3p**

Desen

Nr bile verzi _____ **5p**

Nr bile galbene _____

 $432:9=48$ (un segmen) **5p** $48+2=50$ bile verzi **3p** $440-50=390$ bile galbene **4p**

CLASA A V-A
BAREM

PI 4x 5 points=20 points

I

1	2	3	4
B	A	E	C

II

E: 10 points

M: 20 points

La pasul **n**, tovarășul primește **1 monedă**, iar tâlharul **n monede**

După **n** pași tovarășul are **n monede** și tâlharul are $1 + 2 + 3 + \dots + n = \left[\frac{n \cdot (n+1)}{2} \right]$ monede**5p**

$n + \left[\frac{n \cdot (n+1)}{2} \right] : 2 \leq 6000 \Leftrightarrow 2n + n \cdot (n+1) \leq 12000 \Leftrightarrow n^2 + 3n \leq 12000$ **5p**

Deducem că $n(n+3) \leq 12000$, de unde $n \leq 108$ **5p**

Cum $108 + (108 \cdot 109) : 2 = 5994$ mai rămân 6 monede

La pasul 109, o monedă merge la tovarăș și restul de 5 monede merg la tâlhar, ca urmare tovarășul primește 109 monede și tâlharul va lua 5891 de monede.....**5p**

Enunț: Un tâlhar împarte prada cu tovarășul său de răutăți. Dintr-un săculeț care conține 6000 de monede de 1 galben, el scoate pe rând, câte o monedă, numărând: "Una la tine, una la mine; a doua monedă la tine, două monede la mine; a treia monedă la tine, trei monede la mine,.....". La ultimul pas tovarășul primește o monedă și tâlharul restul de monede rămase. La fiecare număr rostit, tâlharul așază câte o monedă în fața tovarășului său. Aflați ce sumă revine fiecăruia dintre cei doi tâlhari.

III

E: 10 points

M: 20 points

a) Cei 24 de colegi ai lui Tudor au obținut toate cele 24 de resturi posibile prin împărțirea unui număr la 24, adică 0,1,2,... 23, ca urmare restul obținut de Tudor este egal cu $288 - (0+1+2+\dots+23) = 12$**5p**

Numărul de pe cartonașul lui Tudor este $24 \cdot 12 + 12 = 300$ **5p**

b) Dacă unul dintre colegii lui Tudor a obținut restul r prin împărțirea la 24, atunci $0 \leq r \leq 23$, iar pe cartonașul său este scris numărul $24 \cdot (r+1) + r = 25r + 24$

Suma numerelor de pe cartonașele lui Tudor este

$S = (25 \cdot 0 + 24) + (25 \cdot 1 + 24) + (25 \cdot 2 + 24) + \dots + (25 \cdot 23 + 24) =$ **5p**

$S = 25 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 23) + 24 \cdot 24 = 7476$

Suma numerelor scrise pe toate cele 25 de cartonașe este egală cu: $7476 + 300 = 7776$ **5p**

Clasa a VI-a

BAREM

PI 4 x5 points =20 points

1	2	3	4
D	B	D	E

PII. E = 10 POINTS

M = 20 POINTS

a) pentru a obtine numărul 1 într un număr minim de minute procedam astfel

$$2025:15=135$$

$$135:15=9$$

$$9 \cdot 25 = 225$$

$$225:15=15$$

$$15:15=1, \text{ deci } 5 \text{ minute} \dots\dots\dots 5p$$

$$b) \text{ Descompunem } 2025 \text{ in factori primi } 2025 = 3^4 \cdot 5^2 \dots\dots\dots 3p$$

Suma exponentilor lui 2025 in decompunera in factori primi(4+2) este un numar par.Daca numarul este inmultit cu 5^2 suma exponentilor numarului obtinut creste cu 2 deci e tot para,daca este inmultit cu 3^2 la fel iar daca este impartit la 15 ambii exponenti scad cu o unitate deci suma este tot para....5p

In orice moment numarul de pe table descompus in factori primi este de forma $3^a \cdot 5^b$ cu a+b numar par.....5p

$$45=3^2 \cdot 5 \text{ adica suma exponentilor este } 3, \text{ impar deci } 45 \text{ nu se gaseste pe tabla} \dots\dots\dots 2p$$

III. E 20 points

M 20 points

Punctele $A_1, A_2, \dots, A_8$ fiind coliniare determina o dreapta d.2p

Punctele $A_9, A_{10}, \dots, A_{22}$ determina drepte distincte $A_9A_{10}, A_9A_{11}, \dots, A_{21}A_{22}$

$$13+12+11+\dots+1=91 \text{ drepte} \dots\dots\dots 10p$$

Fiecare punct $A_9, A_{10}, \dots, A_{22}$ determina cu celelalte 8 cate 14 drepte deci

$$8 \cdot 14 = 112 \text{ drepte} \dots\dots\dots 5p$$

$$\text{In total } 1+91+112=204 \text{ drepte} \dots\dots\dots 3p$$

Clasa a VII -a

BAREM

PI 4 x 5 = 20 POINTS

1	2	3	4
E	A	D	B

PII. E = 10 POINTS

M = 20 POINTS

a) Fie $PO \cap DQ = \{R\}$, $OQ \cap AD = \{S\}$2p

$\triangle OMA \equiv \triangle ORC, \triangle ONC \equiv \triangle OSA, \triangle ORS \equiv \triangle OMN \Rightarrow$

$OR = \frac{1}{2}PO, OS = \frac{1}{2}OQ$, $MN \equiv RS$5p

$MN \parallel RS \Rightarrow RS \parallel PQ$ și $RS = \frac{PQ}{2}$5p

în $\triangle DPQ \Rightarrow \left. \begin{matrix} R - \text{mij. } (DQ) \\ S - \text{mij. } (PD) \end{matrix} \right\}$2p

$\Rightarrow O - \text{c. g. } DPQ$2p

b) Fie $DO \cap PQ = \{T\}$ $O - \text{c. g. } \triangle DPQ, OT = \frac{OD}{2} = \frac{OB}{2}TB$2p

dar $TQ = TP \Rightarrow OPBQ$ paralelogram.....2p

PIII. E = 20 POINTS

M = 20 POINTS

Se observă că vom avea cărți cu coperta albastră în sus acele cărți care s-au întors de un număr impar de ori5p

Cărțile se întorc de fiecare dată când numărul corespunzător cărții este divizibil cu numărul zilei în care are loc întoarcerea.....5p

Astfel cărțile cu coperta albastră în sus au un număr impar de divizori.....5p

Dacă un număr are un număr impar de divizori, atunci cărțile întoarse cu coperta albastră în sus sunt corespunzătoare numeric unor pătrate perfecte.....3p

Acestea sunt 1; 4; 9; 16; 25;...; 2025 deci în total 45 de pătrate perfecte, deci 45 de cărți vor fi cu coperta albastră în sus.....2p

TRADUCEREA:

Lucian has 2025 books in his library, each with one white cover and one blue cover. The books are arranged with the white cover facing up and are numbered in ascending order from 1 to 2025.

In the first stage, Lucian flips all the books so that the blue cover is facing up.

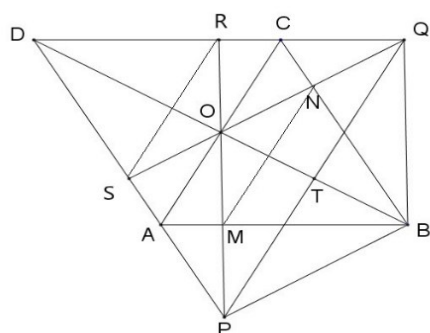
In the second stage, he flips every second book (starting from the second one) so that the opposite cover faces up, continuing this pattern up to the book in position 2024.

In the third stage, he flips every third book (starting from the third one) up to the book in position 2025.

He continues in this way until, in the 2025th stage, he flips the book in position 2025.

After all these flips, how many books will have the blue cover facing up?

Soluție completă P II



a) Fie $PO \cap DQ = \{R\}$, $OQ \cap AD = \{S\}$. Comparăm $\triangle OMA$ cu $\triangle ORC$:

$$\left. \begin{array}{l} OA \equiv OC \\ \sphericalangle AOM \equiv \sphericalangle ROC \\ \sphericalangle OAM \equiv \sphericalangle OCR \end{array} \right\} \xrightarrow{U.L.U.} \triangle OMA \equiv \triangle ORC \Rightarrow OR \equiv OM \Rightarrow OR = \frac{1}{2}PO$$

Comparăm $\triangle ONC$ cu $\triangle OSA$:

$$\left. \begin{array}{l} OA \equiv OC \\ \sphericalangle AOS \equiv \sphericalangle CON \\ \sphericalangle SAO \equiv \sphericalangle OCN \end{array} \right\} \xrightarrow{U.L.U.} \triangle ONC \equiv \triangle OSA \Rightarrow OS \equiv ON \Rightarrow OS = \frac{1}{2}OQ$$

Comparăm $\triangle ORS$ cu $\triangle OMN$:

$$\left. \begin{array}{l} OM \equiv OR \\ ON \equiv OS \\ \sphericalangle MON \equiv \sphericalangle SOR \end{array} \right\} \xrightarrow{L.U.L.} \triangle ORS \equiv \triangle OMN \Rightarrow MN \equiv RS$$

$$\sphericalangle OMN = \sphericalangle ORS \Rightarrow MN \parallel RS \text{ (1), În } \triangle OPQ: \left. \begin{array}{l} M - \text{mij. (OP)} \\ N - \text{mij. (OQ)} \end{array} \right\} \Rightarrow MN - \text{l. m.}$$

$$\Rightarrow MN \parallel PQ \text{ și } MN = \frac{PQ}{2} \text{ (2). Din (1) și (2) } \Rightarrow RS \parallel PQ \text{ și } RS = \frac{PQ}{2}$$

$$\Rightarrow RS - \text{l. m. în } \triangle DPQ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} R - \text{mij. (DQ)} \\ S - \text{mij. (PD)} \end{array} \right\} \Rightarrow O - \text{c. g. } \triangle DPQ.$$

b) Fie $DO \cap PQ = \{T\}$

$$O - \text{c. g. } \triangle DPQ \Rightarrow T - \text{mij. (PQ)} \text{ și } OT = x \Rightarrow OD = 2x$$

$$ABCD - \text{par.} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} OB = OD = 2x \\ OT = x \end{array} \right\} \Rightarrow TB = x, \left. \begin{array}{l} OT = TB = x \\ TQ \equiv TP \end{array} \right\} \Rightarrow OPBQ - \text{paralelogram}$$

Clasa a VIII -a

BAREM

PI 4 x 5 = 20 POINTS

1	2	3	4
A	E	C	D

PII.

E = 10 POINTS

M = 20 POINTS

$n = 0, n = 1$ nu verifică.....2p

Fie $n \geq 2, (n+1)^2 < n^2 + 2n + 2 < (n+2)^2$ 2p

Astfel $\left[\sqrt{n^2 + 2n + 2} \right] = n + 1$ 2p

Atunci $0 < \sqrt{n^2 + 2n + 2} - \left[\sqrt{n^2 + 2n + 2} \right] = \left\{ \sqrt{n^2 + 2n + 2} \right\} < 1$

$\Leftrightarrow 0 < \sqrt{n^2 + 2n + 2} - (n + 1) = \left\{ \sqrt{n^2 + 2n + 2} \right\} < 1$ 2p

Cerința din enunț devine: $\Leftrightarrow 0 < \sqrt{n^2 + 2n + 2} - (n + 1) < 0,01 \Leftrightarrow 0 < \frac{n^2 + 2n + 2 - (n + 1)^2}{\sqrt{n^2 + 2n + 2} + (n + 1)} < \frac{1}{100}$
.....3p

Adică: $100 < \sqrt{n^2 + 2n + 2} + (n + 1) \Leftrightarrow 99 - n < \sqrt{n^2 + 2n + 2}$ (*).....3p

Pt $n \geq 99$ se verifică, rămâne de analizat $n < 99$2p

Pătratul relației (*) conduce la: $99^2 - 2 < 200n$, astfel $n > 48,995$2p

Așadar $n \geq 49$ și cum $n \geq 99$, rezultă $n \geq 49$2p

PIII.

E = 20 POINTS

M = 20 POINTS

a. Situația 1

Dacă la masă există măcar o persoană sinceră, din cei doi vecini ai săi, unul spune adevărul, celălalt minte.....2p

Mincinosul are deja un vecin care spune adevărul și, cum afirmația sa cum că exact unul din vecinii săi este sincer trebuie să fie falsă, rezultă că și celălalt vecin al său trebuie să fie sincer.....4p

Deducem că fiecare a treia persoană de la masă este mincinoasă iar celelalte sunt sincere. Prin urmare sunt 10 mincinoși.....1p

Situația 2

Dacă la masă nu este niciun sincer.....1p

Atunci configurația cu mincinoși satisface condiția problemei aceea că exact unul din vecini este sincer , care este o minciună.....1p

Vom avea 30 mincinoși.....1p

b. O persoană sinceră are ambii vecini mincinoși, deci nu există două persoane sincere vecine.....3p

Vecinii uni mincinos nu pot fi amândoi mincinoși, deci la masă nu există trei mincinoși consecutivi.....2p

Astfel la masă după o persoană sinceră urmează o persoană mincinoasă apoi o persoană sinceră și tot așa.....2p

Sau la masă după o persoană sinceră urmează doi mincinoși apoi iar o persoană sinceră și tot așa.....2p

Așadar avem între 15 și 20 persoane mincinoase.....1p

Traducerea:

At a party, there are liars and truth-tellers. Liars always lie, while truth-tellers always tell the truth. The guests are seated at two round tables.

a. At the first table, there are 30 people. Each of them says that exactly one of their two neighbors is a truth-teller. How many liars can be at the first table? (Analyze all possible cases.)

b. At the second table, there are 30 people. Each of them says that both of their neighbors are liars. How many liars are at the second table? (Analyze all possible cases.)